

DELGADO, J.; JIMÉNEZ, R.; CHICA, M. y CASTILLO, A. (1991)  
"Estudio geoestadístico de la distribución espacial del contenido en nitratos de La Vega de Granada"  
El Agua en Andalucía, II: 307-318

### **ESTUDIO GEOESTADÍSTICO DE LA DISTRIBUCION ESPACIAL DEL CONTENIDO EN NITRATOS EN LA VEGA DE GRANADA**

DELGADO-GARCIA, J.<sup>(P)</sup>; JIMENEZ-ESPINOSA, R.; CHICA-OLMO, M. y CASTILLO-MARTIN, A.

Dpto. Geodinámica-IAGM. Univ. Granada-CSIC  
Avda. Fuentenueva s/n  
18071-GRANADA

#### **RESUMEN**

En este trabajo se presenta, tras una introducción teórica a los métodos de estimación geoestadística, tanto lineales -Krigaje Ordinario- como no lineales -Krigaje Disyuntivo-, una aplicación práctica de los mismos al estudio de la variabilidad espacial del contenido en nitratos del acuífero de la Vega de Granada. Los parámetros estimados han sido el contenido medio en nitratos en bloques de tamaño 1 Km x 1 Km, el error relativo cometido en dicha estimación y, de otro lado, la probabilidad condicional de superar un cierto límite. Los resultados obtenidos han puesto de manifiesto las ventajas de los métodos no lineales frente a los lineales, en cuanto a la reducción del error de estimación y posibilidad de cálculo de probabilidad condicional.

Palabras clave: Geoestadística, Krigaje Disyuntivo, Krigaje Ordinario, Hidrogeoquímica, Nitratos.

#### **ABSTRACT**

This paper presents a theoretical introduction to geostatistical estimation methodology applied, linear methods -Ordinary Kriging- as well as non linear methods -Disjunctive Kriging-. It carries out one practical application of these methods to the study of nitrate spatial variability in the Aquifer of the 'Vega de Granada'. Estimated parameters have been the average nitrate content by 1 Km x 1 Km blocks, the relative error of estimation and the conditional probability to surpass a given limit. The results obtained have shown the advantages of the non linear methods, in relation to the estimation error reduction and conditional probability computing.

Key words: Geostatistics, Disjunctive Kriging, Ordinary Kriging, Hydrogeochemistry, Nitrates.

## INTRODUCCION

La Vega de Granada, desde un punto de vista geográfico, coincide prácticamente con la definida como acuífero, desde un punto de vista hidrogeológico. Situada al oeste y al sur de la ciudad del Granada ocupa una superficie de 200 Km<sup>2</sup>, repartida a ambos márgenes del río Genil, que define su eje central.

La Vega morfológicamente se corresponde con un área llana (entre 530 y 570 metros s.n.m.) con gran abundancia de aguas superficiales, lo que unido a la fertilidad de los suelos que posee hace que la actividad agrícola sea muy importante.

Dicha actividad agrícola ha originado un proceso de contaminación importante de las aguas subterráneas subyacentes; proceso que pretendemos caracterizar mediante el estudio del contenido en nitratos, los cuales se encuentran poco concentrados en las aguas naturales y cuya concentración crece por los procesos de nitrificación del suelo y lixiviación de la materia orgánica y, sobre todo, de los abonos agrícolas.

La campaña hidroquímica usada para la aplicación de los métodos geoestadísticos fue una llevada a cabo en Septiembre de 1983 (Castillo, 1986), donde se muestrearon 129 puntos de agua del embalse subterráneo. Esta ha sido una de las campañas en las que se han muestreado un mayor número de puntos. En la figura 1 se muestra la localización espacial de los puntos de agua considerados.

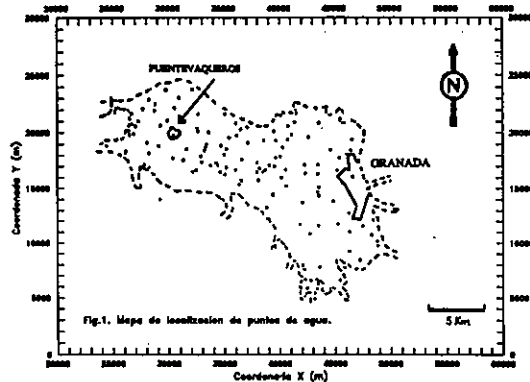


Fig.1. Mapa de localización de puntos de agua.

En este artículo se aborda la problemática de la determinación de anomalías hidrogeoquímicas desde una óptica geoestadística, mediante la utilización de dos tipos de estimadores, uno lineal -KO- (Chica-Olmo, 1988; Samper et al., 1989; Gilbert y Simpson, 1985) y otro no lineal -KD- (Matheron, 1973 y 1976). Ambos métodos se usaron para la construcción de mapas de valores estimados medios por bloques de 1 Km<sup>2</sup>, mapas de los errores relativos de

estimación, y además aprovechando las ventajas de la estructura no lineal del KD, se han obtenido mapas de probabilidad de que el valor estimado supere un cierto valor límite.

Los resultados aquí presentados son parte de los obtenidos en el Proyecto de Investigación PB 89/0015 financiado por la CICYT.

## METODOLOGIA

El análisis de variables distribuidas espacialmente (regionalizadas), como es el caso de la concentración de los nitratos en las aguas subterráneas, puede abordarse de forma cuantitativa utilizando métodos geoestadísticos. Estos métodos se basan en la consideración del fenómeno espacial (aquí hidrogeoquímico) como una *variable regionalizada* (VR). Esta VR es una función  $Z(x)$  que da el valor correspondiente a una característica  $Z$  del fenómeno en el punto  $x$ , perteneciente a un espacio  $R^1$ ,  $R^2$  o  $R^3$ .

El punto de partida de todo estudio geoestadístico implica el cálculo y ajuste de la *función variograma*. Esta función es una medida del grado de variabilidad del fenómeno en cuestión en función de la distancia ( $h$ ) que separa los puntos. La función variograma se estima por medio de:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2 NP(h)} \sum_{i=1}^{NP(h)} [z(x_i+h) - z(x_i)]^2$$

donde

$z(x_i)$ .....	Datos experimentales
$NP(h)$ .....	Nº de parejas distantes $h$
$h$ .....	Paso del variograma
$x_i, x_i+h$ .....	Puntos experimentales de muestreo

Para una dirección cualquiera, el variograma calculado indica como disminuye la correlación, entre los datos cuando crece la distancia entre los puntos; de ahí que esta función sea una herramienta reveladora de la estructura del fenómeno.

El método utilizado en este trabajo para realizar la estimación es el de Krigeaje. En general, el problema del *krigeaje* consiste encontrar la *mejor estimación posible de una característica* considerando la información disponible, que está compuesta por 1) información experimental: datos del muestreo; 2) información estructural: relativa al variograma. Esta estimación se realiza de forma tal que el estimador sea insesgado y la varianza de estimación mínima, lo que asegura una mejor utilización de la información experimental disponible.

1.- Estimador lineal: Krigeaje Ordinario

Sea  $Z(x)$  una función aleatoria estacionaria de segundo orden de esperanza constante pero desconocida,  $E\{Z(x)\} = m$ , y de covarianza centrada  $C(h)$  y, por tanto, variograma  $\gamma(h)$ .

Se busca estimar el valor medio de  $Z(x)$  en el soporte  $v$  (en nuestro caso un bloque de  $1 \text{ Km}^2$ ) a partir del conjunto de datos experimentales  $\{Z(x_i), i=1 \text{ a } n\}$ . El estimador  $Z_K$  es una combinación lineal de los  $Z(x_i)$ :

$$Z_{KO}^* = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} Z_{\alpha}$$

Donde los  $\lambda_{\alpha}$  son los ponderadores de krigeaje (desconocidos).

La condición de no sesgo del estimador ( $E\{Z_K\} = E\{Z_v\}$ ) se consigue por medio de:

$$\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 1$$

Los  $\lambda_{\alpha}$  son calculados imponiendo la condición de que la varianza de estimación sea mínima, obteniéndose el siguiente sistema de Krigeaje Ordinario:

$$\sum_{\beta} \lambda_{\beta} \gamma(\alpha, \beta) + \mu = \gamma(\alpha, v) \quad \alpha, \beta = 1 \text{ a } n$$

$$\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} = 1 \quad \mu = \text{parámetro de Lagrange}$$

La varianza de estimación o error de krigeaje vale:

$$\sigma_{KO}^2 = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} \gamma(\alpha, v) + \mu - \gamma(v, v)$$

El poder cuantificar el error cometido a la hora de realizar la estimación del fenómeno, supone una gran ventaja de la Geoestadística frente a otros métodos de estimación.

2. Estimador no lineal: Krigeaje Disyuntivo

El método geoestadístico de estimación no lineal de Krigeaje Disyuntivo, desarrollado conceptualmente por Matheron (1973) para resolver problemas relacionados con el cálculo de reservas recuperables en minería, puede ser aplicado ventajosamente al análisis numérico de anomalías hidrogeoquímicas (Chica-Olmo et al, 1991).

La expresión del estimador de KD se plantea como una generalización de la fórmula del estimador del KO:  $Z_{KO}^* = \sum \lambda_{\alpha} Z_i$  en la que la constante se sustituye por una función  $f_i$  resultando una expresión  $Z_{KD}^* = \sum f_i Z_i$ , con lo que se alcanzan dos importantes objetivos:

1. Reducción del error de estimación, o en el caso más desfavorable, en el que el fenómeno a estimar tenga estructura lineal, equivalencia de errores con respecto a los métodos lineales.

2. Posibilidad de conocer la "función de probabilidad" condicional a nivel local, lo que nos posibilita el cálculo de la probabilidad de que un valor sobrepase un determinado límite.

Utilizando el método del KD se han estimado tres funciones:

1) Valor estimado ( $Z_{KD}^*$ ) y error de estimación ( $\sigma_{KD}^2$ ):

$$Z_{KD}^* = \sum_{n=0}^N \frac{\Psi_n H_n^*}{n!} \quad \sigma_{KD}^2 = \sum_{n=1}^N \frac{\Psi_n^2}{n!} (1 - \lambda_n^2 \rho_{\alpha, \alpha}^n)$$

2) Probabilidad de que el valor estimado sobrepase un cierto valor límite, como consecuencia directa del cálculo de la distribución de probabilidad condicional:

$$f_{KD}(y) = \sum_{n=0}^N \frac{H_n(y) H_n^*}{n!} G(y) \quad F_{KD}(y) = 1 - f_{KD}(y)$$

3) Función alerta que se define como:

$$\theta_{z_c} = \begin{cases} 1 & \text{si } Z_o > Z_c \\ 0 & \text{si } Z_o \leq Z_c \end{cases}$$

y se obtiene como:

$$\theta_{y_c} = 1 - G(y_c) - g(y_c) \sum_{n=1}^N \frac{H_{n-1}(y_c) H_n(y)}{n!}$$

donde:

- $\Psi_n$  ..... Coeficiente de desarrollo de Hermite
- $n!$  ..... Factorial de  $n$
- $g(y), G(y)$ .. Funciones de densidad y distribución normal centrada.
- $z_c, y_c$ ..... Valor límite y transformado gaussiano
- $H_n(y)$ ..... Valor de polinomio de Hermite de orden  $n$

- $H_n$ ..... Valor estimado del polinomio de Hermite de orden n
- $\lambda_n^\alpha$ ..... Resolución del sistema de ecuaciones de KD.
- $\rho_{\alpha,\beta}$ ..... Función correlograma entre los valores experimentales  $\alpha$  y el estimado.

En los tres casos el problema se reduce al cálculo de los  $H_n^*$  que se obtiene como resultado de:

$$H_n^* = \sum_{\alpha} \lambda_n^\alpha H_n(Y_\alpha)$$

Los valores  $\lambda_n^\alpha$  vienen dados como resultado de la resolución de los N sistemas de ecuaciones planteados entre la matriz de correlación de los datos entre sí  $\{Y_\alpha, Y_\beta\}$  y con respecto a la variable estimada  $\{Y_o, Y_\alpha\}$  expresadas en función del correlograma  $\rho(h)$  de la variable experimental transformada.

$$\forall \alpha \quad \sum_{\beta} \lambda_n^\alpha \phi_{\alpha,\beta}^n = \rho_{\alpha,Y_o}^n \quad n=1 \text{ a } N$$

## RESULTADOS

La metodología descrita se ha aplicado para la elaboración de mapas de valores estimados de concentración de nitratos (mg/l) a nivel bloque de tamaño (1 Km<sup>2</sup>) resultando un total de 284 bloques dentro del área considerada.

Dichos mapas, mostrados en la figura 2, presentan una estructura similar poniéndose de manifiesto en ambos la existencia de dos zonas de concentraciones más elevadas, una situada en el NW (área de Fuentevaqueros-Valderrubio, zona agrícola de gran importancia) y otra en la parte central (área de Granada, contaminación por residuos urbanos), bien diferenciadas en las cuales los valores alcanzados están por encima de los 50 mg/l (con máximos de más de 90 mg/l); también es importante señalar que en la práctica totalidad del acuífero se sobrepasa el nivel de 30 mg/l. Como se puede observar los resultados obtenidos mediante la aplicación de dichos métodos son semejantes, existiendo un elevado coeficiente de correlación (0.93).

La ventaja de la utilización del KD frente al KO, que justifica el proceso de cálculo más complejo, se pone de manifiesto en el mapa de errores relativos de estimación ( $\sigma^2_{KD}/Z^2_{KD}$  %) (fig.3). El error relativo medio del KD es del 25% frente al valor medio del 36% obtenido por KO. Por otro lado, del total de bloques, el 11% de los mismos presentan errores de KD por debajo del 10% y el 57% por debajo del 25%. Al considerar estos errores hay que tener en cuenta la distribución espacial de los mismos, siendo mayores en las zonas menos muestreadas, a priori supuestas con menos problemas.

Otra ventaja del estimador no lineal de KD frente al método lineal es la posibilidad del

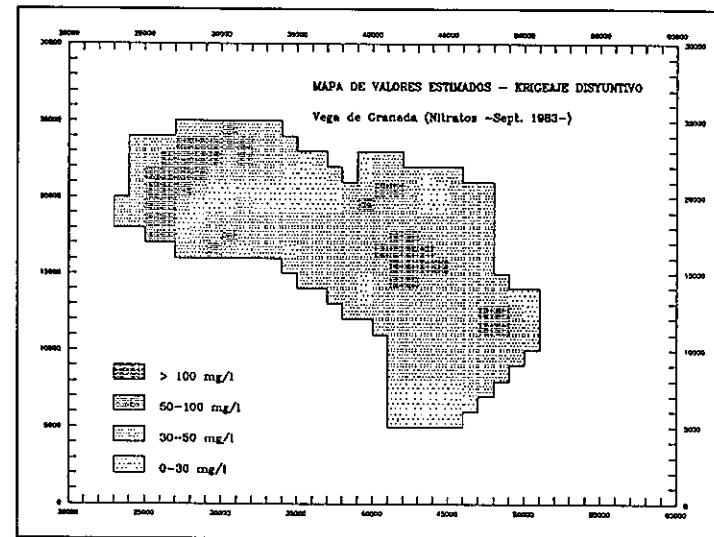
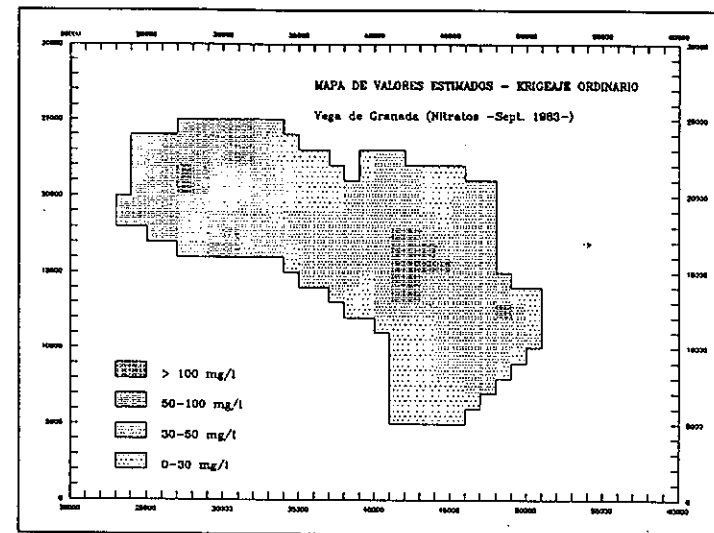


Fig.2. Mapa de valores estimados: a) Krigeaje Ordinario; b) Krigeaje Disyuntivo

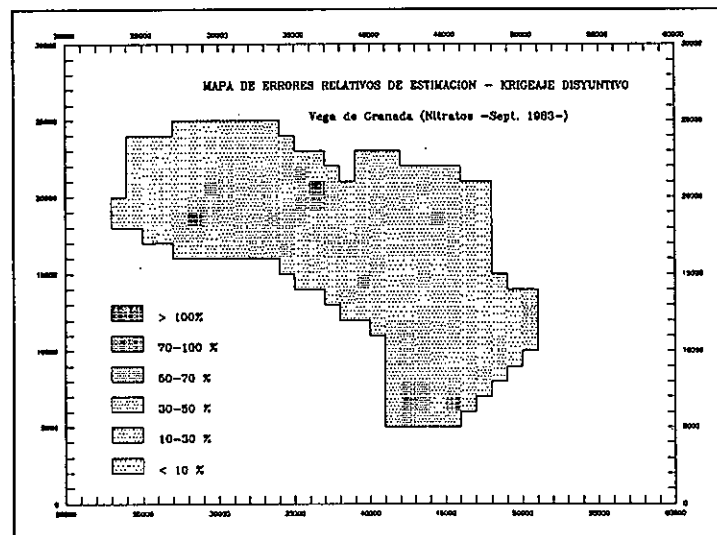
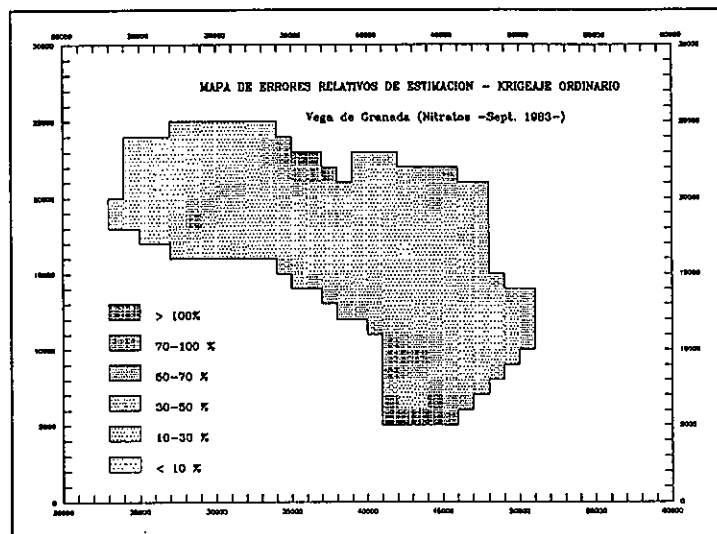


Fig.3. Mapa de errores relativos de estimación:  
a) Krigeaje Ordinario  
b) Krigeaje Disyuntivo

cálculo de la función de densidad condicional a nivel local, que permite la elaboración de mapas de probabilidad condicional de superar un determinado valor límite en función de los puntos vecinos (fig.4). Esta aproximación sin duda constituye un enfoque novedoso a la hora del análisis de anomalías hidrogeoquímicas, al permitir cuantificar la probabilidad de que un cierto punto o sector supere un valor crítico. Estos mapas son mostrados en la figura 3, en ellos se puede observar como al aumentar el valor de corte lógicamente la probabilidad disminuye centrándose en las áreas de anomalía positiva.

	20 mg/l	30 mg/l	50 mg/l
Probabilidad media	0.82	0.64	0.20
Nº bloques probabilidad mayor de 0.75	213	71	4

Tabla I. Valores de probabilidad media y nº de bloques que superan la probabilidad del 0.75, en función del tres valores de corte.

En la tabla I pueden verse resumidos los resultados en cuanto a valores medios de probabilidad de superar una serie de valores de corte considerados como críticos. Además se presentan el número de bloques que, en cada caso, superan una probabilidad media del 75 %. Con el primer valor (20 mg/l), que marcaría el límite de no contaminación, el área presenta una probabilidad media de 81.9% de superarlo (213 bloques por encima de 75%). Al aumentar el valor de corte a 30 mg/l se observa un brusco descenso, con sólo 71 bloques por encima de 75% y un valor medio de 64%. Por último, el mapa de 50 mg/l presenta un valor medio de 20% y sólo 4 bloques superan el límite del 75% de probabilidad (los correspondientes al área de Fuentevaqueros-Valderrubio, a la que ya nos referimos con anterioridad).

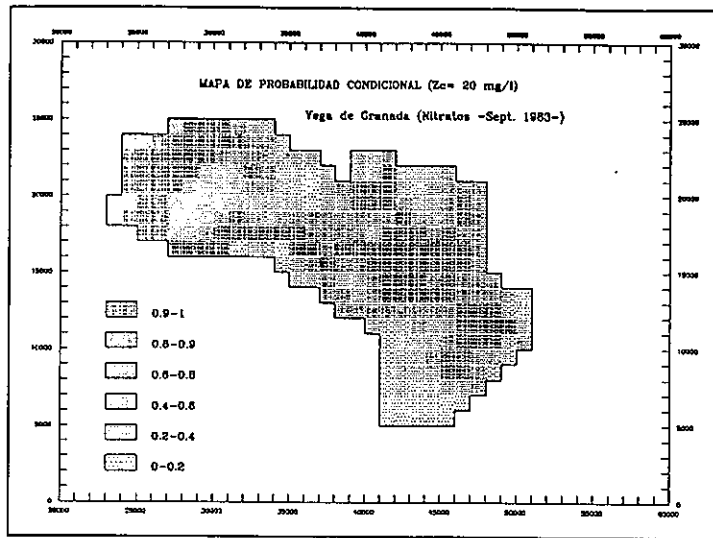


Fig. 4. Mapa de probabilidad condicional  $Z_c=20 \text{ mg/l}$ .

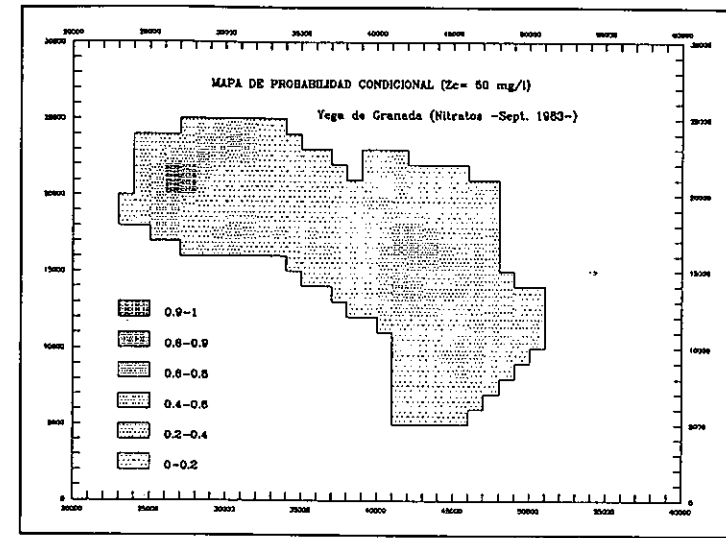


Fig. 6. Mapa de probabilidad condicional  $Z_c=50 \text{ mg/l}$ .

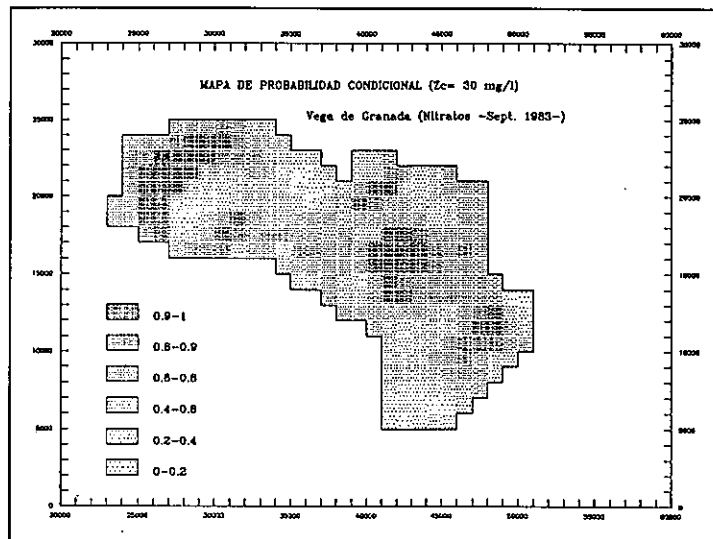


Fig. 5. Mapa de probabilidad condicional  $Z_c=30 \text{ mg/l}$ .

## CONCLUSIONES

La utilización de los métodos geoestadísticos no lineales (KD) cuya validez ha sido ampliamente demostrada para la resolución de problemas de estimación en diversas áreas de las Ciencias de la Tierra, especialmente en la estimación de mineral recuperable a nivel local, se ha mostrado muy eficaz en el tratamiento de datos hidrogeoquímicos y en el análisis probabilístico de anomalías. Este método presenta tres importantes ventajas:

1º) Caracterización de valor estimado, tanto a nivel puntual como de cualquier soporte deseado (sector o bloque), en función de los datos experimentales y de la estructura regional del fenómeno.

2º) Cálculo del error de estimación, aspecto fundamental para poder establecer el grado de confianza del valor estimado. Este error es mínimo e incluso menor que el obtenido por otros métodos geoestadísticos lineales (KO).

3º) Obtención de la función de distribución de probabilidad condicional a nivel local, lo que permite establecer la probabilidad de que el valor estimado supere un cierto valor límite y a la inversa, conocer los valores estimados superiores e inferiores dentro de un rango de probabilidad.

Por tanto, la utilización de esta metodología permite, sin mayores dificultades (siempre que exista un número de datos adecuado y estos datos presenten estructura espacial -no aleatorios-), la elaboración de un modelo probabilístico de análisis de anomalías hidrogeoquímicas.

#### BIBLIOGRAFIA

- CASTILLO,A. (1986). Estudio Hidroquímico del Acuífero de la Vega de Granada. Tesis Doctoral. Serv. Publicaciones Univ. Granada. 658 pp.
- CHICA-OLMO,M. (1988). Análisis Geoestadístico en el estudio de la explotación de los recursos minerales. Tesis Doctoral. Serv. Publicaciones Univ. Granada. 387 pp.
- CHICA,M.; DELGADO,J.; JIMENEZ,R. y PARDO,E. (1991). Análisis probabilístico de anomalías geoquímicas por Kriging Disyuntivo. XXIII Congreso Internacional Sobreexplotación de Acuíferos. Islas Canarias (España). Pp.45-49.
- GILBERT,R.O. y SIMPSON,J.C. (1985). Kriging for estimating spatial pattern of contaminants: potential and problems. Rev. Environmental Monitoring and Assessment, 5, 113-135 pp.
- MATHERON,G. (1973). Le Kriging Disjonctif. CGMM, ENSMP. N-360. 40 p.
- MATHERON,G. (1975). The Transfer Functions and their estimations. CGMM, ENSMP. N-453. 54 p.
- MATHERON,G. (1976). A simple substitute for conditional expectation: the Disjunctive Kriging. Proc. NATO ASI, Roma, Oct. 1975. pp. 221-236.
- SAMPER,F.J. et al. (1989). Análisis Geoestadístico de las variaciones espacio-temporales de la calidad química en la Plana de Castellón. Proc. Congr. Sobreexplotación de Acuíferos. Almería (España). 647-661 pp.